Géométrie repérée

Pour revenir à ce menu, cliquer sur le titre de la page en cours.

GÉOMÉTRIE REPÉRÉE : LES DROITES

« *Celui qui atteint son but a raté tout le reste.* » Proverbe zen

Introduction : l'héritage de Descartes

Géométrie repérée : Les droites

« Celui qui atteint son but a raté tout le reste. » Proverbe zen

Dans tout ce qui suit, le plan est muni d'un repère orthonormé.

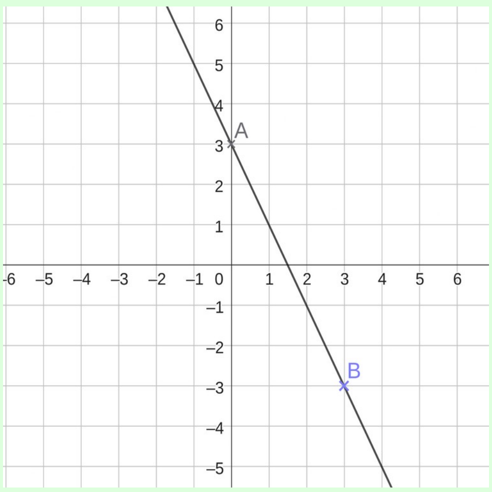
I. Rappels : équation cartésienne d'une droite et vecteur directeur

Définition 1. a, b et c désignent trois nombres réels avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.
Une équation de la forme $ax + by + c = 0$ est appelée équation cartésienne de droite.

On peut noter deux différences importantes entre les équations cartésiennes et les équations réduites (de la forme $y = ax + b$):

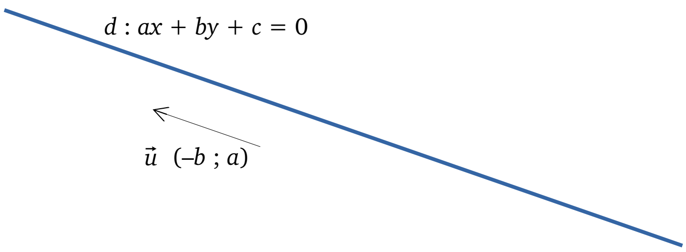
- les droites verticales n'admettent pas d'équations réduites (elles admettent une équation de la forme $x = c$) alors qu'elles admettent une équation cartésienne : donc toutes les droites admettent une équation cartésienne et les droites non verticales admettent une équation réduite.
- l'équation réduite d'une droite est unique alors qu'une droite admet une infinité d'équation cartésienne (par exemple, la droite d'équation $2x + y - 3 = 0$ admet aussi comme équation $4x + 2y - 6 = 0$).

Exemple 1. Tracer dans un repère orthonormé la droite d admettant pour équation $2x + y - 3 = 0$.
Solution. Si on prend $x = 0$ et $y = 3$, on a $2\times0 + 3 - 3 = 0$ donc la droite d passe par le point A(0 ; 3).
Et avec $x = 3$ et $y = -3$, on a $2\times3 - 3 - 3 = 0$ donc la droite d passe également par le point B(3 ; –3).
On peut maintenant tracer la droite d.



On appelle vecteur directeur d'une droite d tout vecteur non nul $\vec{u}$ tel qu'il existe deux points A et B de d vérifiant $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

Théorème 1. a, b et c désignent trois nombres réels avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.
Le vecteur de coordonnées $(-b\ ;\ a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.



Les coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite donne le début d'une équation cartésienne et réciproquement, une équation cartésienne d'une droite donne les coordonnées d'un vecteur directeur.

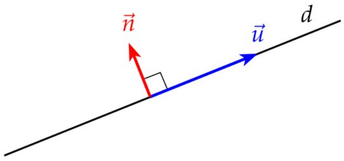
II. Vecteur normal à une droite

Définition 2. Un vecteur normal à une droite est un vecteur orthogonal à un vecteur directeur de la droite.

Un vecteur normal à une droite est dirigé perpendiculairement à la droite.

Tout vecteur normal est orthogonal à tout vecteur directeur.

Pour tout vecteur directeur $\vec{u}$ d'une droite et tout vecteur normal $\vec{n}$, on a : $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$.



Théorème 2. a, b et c désignent trois nombres réels avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.

Le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $(a\ ;\ b)$ est un vecteur normal à la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Démonstration. Soient $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ deux points distincts de la droite d'équation $ax + by + c = 0$. On a donc :

$$ax_A + by_A + c = 0 \text{ et } ax_B + by_B + c = 0$$

On note $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $(a\ ;\ b)$. Montrons que $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

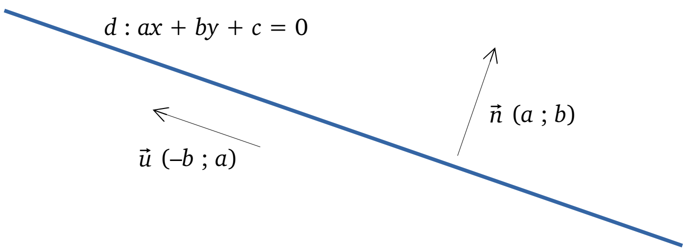
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$. On a donc :

$$\begin{aligned}
\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} &= a(x_B - x_A) + b(y_B - y_A) \\
&= ax_B - ax_A + by_B - by_A \\
&= ax_B + by_B - ax_A - by_A \\
&= -c + c = 0
\end{aligned}$$

donc $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Ainsi, $\vec{n}\ (a\ ;\ b)$ est orthogonal à un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$. Il est donc, par définition, normal à celle-ci.

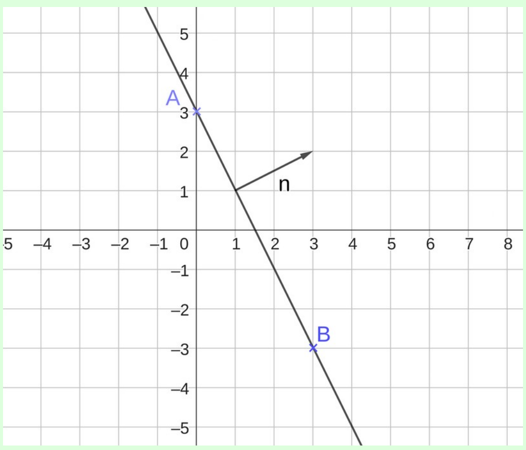
On a démontré que le vecteur de coordonnées $(a\ ;\ b)$ est un vecteur normal à la droite d'équation $ax + by + c = 0$.



Les coordonnées d'un vecteur normal d'une droite donne le début d'une équation cartésienne et réciproquement, une équation cartésienne d'une droite donne les coordonnées d'un vecteur normal.

Exemple 2. Soit la droite d admettant pour équation $2x + y - 3 = 0$ qui a été représentée dans l'exemple 1. Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal $\vec{n}$ à d et représenter $\vec{n}$ dans le repère précédent.

Solution. D'après le théorème 2, $\vec{n}\ (2\ ;\ 1)$ est un vecteur normal à d.



Exemple 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point A(2 ; 5) et de vecteur normal $\vec{n}$ (3 ; 7).

Solution. D'après le théorème 2, $\vec{n}$ (3 ; 7) est un vecteur normal à la droite d, donc elle admet une équation cartésienne de la forme $3x + 7y + c = 0$ où c est un réel qu'il reste à déterminer.

Comme de plus A(2 ; 5) appartient à d, on a :

$$3\times 2 + 7\times 5 + c = 0$$

$$c = -41$$

En conclusion, la droite d admet comme équation cartésienne :

$$3x + 7y - 41 = 0$$

Exemple 4. Déterminer une équation de la droite d' perpendiculaire à la droite d d'équation $x - 3y + 3 = 0$ et passant par A(2 ; 5).

Solution. D'après le théorème 1, le vecteur $\vec{u}$ (3 ; 1) est un vecteur directeur de la droite d donc $\vec{u}$ est normal à la droite d' ce qui donne, d'après le théorème 2, la forme d'une équation cartésienne :

$$3x + y + c = 0$$

Comme de plus A(2 ; 5) appartient à d, on a :

$$3\times 2 + 5 + c = 0$$

$$c = -11$$

En conclusion, la droite d' admet comme équation cartésienne :

$$3x + y - 11 = 0$$

Exemple 5. Déterminer l'intersection des droites d et d' d'équations cartésiennes respectives $x - 3y + 3 = 0$ et $3x + y - 11 = 0$.

Solution. Les coordonnées des éventuels points d'intersection des droites d et d' vérifient simultanément les deux équations. On est ainsi ramené à la résolution du système :

(*Méthode par combinaison*)

$$\begin{cases} x-3y+3=0 \\ 3x+y-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-9y+9=0 \\ 3x+y-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10y+20=0 \\ 3x+y-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ 3x+2-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$$

(*Méthode par substitution*)

$$\begin{cases} x-3y+3=0 \\ 3x+y-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-3 \\ 3(3y-3)+y-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-3 \\ 10y-20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3\times 2-3 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

Il n'y a qu'un couple de nombres solution du système : l'intersection des droites d et d' est le point de coordonnées (3 ; 2).

Géométrie repérée : Les droites et les paraboles

« Celui qui atteint son but a raté tout le reste. » Proverbe zen

Exercice 1

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite D d'équation cartésienne $4x + 5y - 7 = 0$.

Un vecteur normal à D a pour coordonnées :

a. $(5 ; 4)$ b. $(-5 ; 4)$ c. $(4 ; 5)$ d. $(4 ; -5)$.

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, une équation cartésienne de la droite D passant par le point $A(-2 ; 5)$ et admettant pour vecteur normal $\vec{n}\,(-1 ; 3)$ est :

a. $-x + 3y + 7 = 0$ b. $-3x - y - 1 = 0$

c. $x - 3y + 17 = 0$ d. $-x - 3y + 13 = 0$

3. Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A de coordonnées $(-1 ; 5)$ et de vecteur directeur $\vec{v}$ de coordonnées $(3 ; -2)$ est :

a. $-2x + 3y + 13 = 0$ b. $-2x - 3y - 13 = 0$

c. $2x - 3y + 13 = 0$ d. $-2x - 3y + 13 = 0$

4. Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan. Soit d une droite dont une équation cartésienne est : $3x + 2y - 10 = 0$.

Une équation cartésienne de la droite d' perpendiculaire à la droite d et passant par le point A de coordonnées $(1 ; 2)$ est :

a. $3x + 2y - 7 = 0$ b. $2x + 3y - 8 = 0$

c. $2x - 3y + 4 = 0$ d. $3x - 2y + 1 = 0$

Exercice 2

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère les points $A(-1 ; 3)$, $B(5 ; 0)$ et $C(9 ; 3)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite D passant par le point C et de vecteur normal $\vec{n}\,(-1 ; 3)$.
3. Démontrer que les droites D et (AB) ne sont pas parallèles.
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection E de ces deux droites.
5. Les droites D et (AB) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 3

Dans un repère orthonormé on considère le point $A(-3; 5)$ et la droite d dont une équation cartésienne est $-x + 3y + 2 = 0$.

1. Tracer la droite d dans un repère.
2. Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à la droite d.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite d' perpendiculaire à d et passant par A.
4. En déduire que le point H, projeté orthogonal de A sur la droite d, a pour coordonnées $(-1; -1)$.
5. En déduire la distance entre le point A et la droite d.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère les points $A(2 ; -1)$, $B(0 ; 3)$ et $C(3 ; 1)$.

1. a. Vérifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$.

   b. Calculer AB et AC (on donnera les valeurs exactes).

   c. Vérifier que $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = 0{,}6$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.

2. a. Vérifier qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est $2x + y - 3 = 0$.

   b. On note H le pied de la hauteur du triangle ABC issue du sommet C. Déterminer une équation cartésienne de la droite (CH) et en déduire les coordonnées du point H.

Exercice 5

Le plan est rapporté à un repère orthonormé. On considère les points A(-3 ; 1), B(3 ; 5) et C(7 ; 1) dans ce repère.

Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon de ce cercle.

On rappelle que le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par les trois sommets de ce triangle et qu'il a pour centre l'intersection des médiatrices du triangle.

1. Placer les points A, B et C dans le plan puis construire le cercle circonscrit au triangle ABC.
2. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice *d* du segment [AB].
3. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice *d'* du segment [BC].
4. En déduire les coordonnées du point I, centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
5. Calculer la valeur exacte du rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 6

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. On considère le triangle OAB où O est l'origine du repère, A le point de coordonnées (8 ; 0) et B celui de coordonnées (0 ; 6). On considère le point E, milieu du segment [AB].

La figure sera complétée au fur et à mesure.

On rappelle que dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite passant par ce sommet et par le milieu du côté opposé et que le centre de gravité d'un triangle est le point de concours de ses 3 médianes.

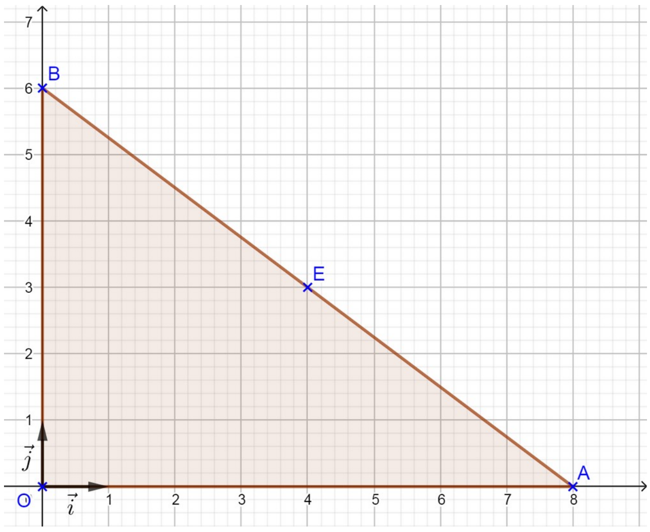
1. Calculer les produits scalaires suivants :

   a. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ b. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OE}$

2. a. Justifier que l'équation $1{,}5x + y - 6 = 0$ est une équation cartésienne de la médiane issue du point B dans le triangle OAB. Tracer cette médiane sur la figure.

   b. Déterminer une équation de la médiane issue de O dans le triangle OAB.

   c. Déterminer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle OAB. Placer le point G sur la figure.



GÉOMÉTRIE REPÉRÉE : LES CERCLES

« Celui qui atteint son but a raté tout le reste. » Proverbe zen

I. INTRODUCTION

La géométrie repérée est au carrefour de trois grandes parties de ce programme de spécialité : l'algèbre avec le second degré, l'analyse avec les fonctions et… la géométrie bien sûr. Ce lien entre la géométrie et d'autres parties des mathématiques a été initié par Descartes.

Vidéo : Descartes et les mathématiques

La géométrie repérée permet de représenter géométriquement les fonctions affines, les polynômes du second degré et toutes les fonctions dans un repère.

À l'inverse, les objets géométriques comme les droites, les paraboles et les cercles peuvent être traduit algébriquement par des équations mettant en lien les coordonnées x et y des points de l'objet géométrique dans un repère.

Un problème géométrique – rechercher un point d'intersection par exemple – peut alors de ramener à résoudre un problème algébrique – rechercher les solutions d'un système d'équations – . Et vice-versa.

II. LE CERCLE

Maintenant qu'est redonné ce cadre général, intéressons-nous à l'un des plus vieux objets mathématiques : le cercle.
Comment obtenir l'équation d'un cercle, disons par exemple, le cercle de centre A(2 ; 1) et de rayon 5 ? Assez simplement en fait : la définition d'un cercle permet d'écrire AM = 5 pour tout point M(x ; y) de ce cercle. Et comme on sait traduire algébriquement la distance AM, on obtient :

$$\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2} = 5$$

ce qui est équivalent à $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5^2$ (Forme 1)

ou encore en développant $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 25$

et en réordonnant et réduisant $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ (Forme 2)

Voilà donc deux équations équivalentes du cercle de centre A(2 ; 1) et de rayon 5 :

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25 \quad \text{et} \quad x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

Voyons maintenant comment identifier un cercle à partir de la donnée d'une équation.
On pourra d'abord remarquer que si on dispose de la forme $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$, on peut reconnaître à la racine carré près la formule de la distance et qu'ainsi il s'agit de l'équation d'un cercle : on détermine facilement les coordonnées du centre de ce cercle : (2 ; 1) et son rayon : 5.
Maintenant, si on dispose de la forme $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$, c'est plus délicat. L'idée est d'arriver à se ramener à la 1re forme. On commence pour cela par regrouper les coordonnées :

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y - 20 = 0$$

Ensuite, on utilise la factorisation canonique (chapitre sur le 2nd degré).
$x^2 - 4x$ est le début du développement de $(x-2)^2$. Comme $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$, on en déduit que $x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$.
De la même façon, comme $y^2 - 2y + 1 = (y-1)^2$, on obtient : $y^2 - 2y = (y-1)^2 - 1$.
Ces deux factorisations canoniques permettent de reprendre l'équation précédente :

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y - 20 = 0$$

$$(x-2)^2 - 4 + (y-1)^2 - 1 - 20 = 0$$

et le 25 va apparaître $(x-2)^2 + (y-1)^2 - 25 = 0$

ce qui redonne la 1re forme $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$

Géométrie repérée : Les cercles

« Celui qui atteint son but a raté tout le reste. » Proverbe zen

Dans tout ce qui suit, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Le cercle de centre A et de rayon r est l'ensemble des points M du plan situés à la même distance r du point A : AM = r.

Théorème 1. Le cercle de centre A(x_A ; y_A) et de rayon r admet pour équation :

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$$

Démonstration. Dans un repère orthonormé, le cercle de centre A(x_A ; y_A) et de rayon r est l'ensemble des points M(x ; y) tels que :

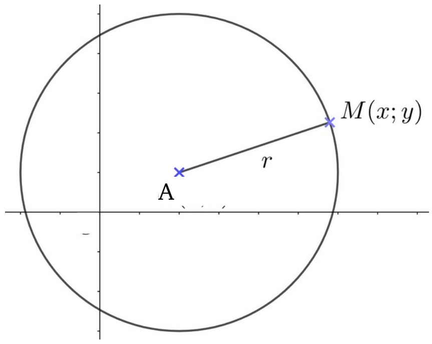
$$AM = r$$

$$\Leftrightarrow AM^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$$

À partir des coordonnées du centre A d'un cercle et de son rayon, on obtient donc directement l'équation $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$.

Inversement, à partir de l'équation $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$, on reconnaît directement l'équation d'un cercle et on obtient les coordonnées de son centre A(x_A ; y_A) et son rayon r. On remarquera pour cela que le membre de droite doit être positif.



Théorème 2. Tout cercle admet une équation de la forme :

$$x^2 + y^2 + a\,x + b\,y + c = 0$$

où a, b et c sont trois réels.

Démonstration. Le cercle de centre A(x_A ; y_A) et de rayon r admet pour équation :

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2\,x\,x_A + {x_A}^2 + y^2 - 2\,y\,y_A + {y_A}^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x_A\,x - 2y_A\,y + {x_A}^2 + {y_A}^2 - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + a\,x + b\,y + c = 0$$

avec $a = -2x_A$, $b = -2y_A$ et $c = {x_A}^2 + {y_A}^2 - r^2$.

Attention, la réciproque est fausse : une équation de la forme $x^2 + y^2 + a\,x + b\,y + c = 0$ n'est pas toujours celle d'un cercle.

Cette forme d'équation ne permet donc pas directement de reconnaître celle d'un cercle. L'exemple 2 montrera comment le faire.

Exemple 1. Déterminer les deux équations du cercle de centre A(1 ; –2) et de rayon 2.

Solution.

D'après le théorème 1, on obtient directement la 1re forme :

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2\,x + 1 + y^2 + 4\,y + 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2\,x + 4\,y + 1 = 0 \text{ (2e forme)}$$

Exemple 2. Les équations $x^2 + y^2 + 6\,x + 2\,y + 1 = 0$ et $x^2 + y^2 + 2\,x - 4\,y + 6 = 0$ sont-elles des équations de cercle ? Si oui, déterminer leur centre et leur rayon.

Solution.

$$x^2 + y^2 + 6\,x + 2\,y + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; x^2 + 6x + y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; (x+3)^2 - 9 + (y+1)^2 - 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; (x+3)^2 + (y+1)^2 = 9$$

donc il s'agit de l'équation du cercle de centre A(–3 ; –1) et de rayon 3.

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; x^2 + 2x + y^2 - 4y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; (x+1)^2 - 1 + (y-2)^2 - 4 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; (x+1)^2 + (y-2)^2 = -1 < 0$$

donc il ne s'agit pas de l'équation d'un cercle.

Exemple 3. Le point B(–2 ; 2) appartient-il au cercle d'équation $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 1 = 0$?

Solution.

$(-2)^2 + 2^2 + 6\times(-2) + 2\times2 + 1 = 4 + 4 - 12 + 4 + 1 = 1 \neq 0$

donc B n'appartient pas au cercle.

Géométrie repérée : Les cercles

« Celui qui atteint son but a raté tout le reste. » Proverbe zen

Exercice 1

Les questions sont indépendantes.

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, le cercle de centre A(–4 ; 2) et de rayon $r = \sqrt{2}$ a pour équation :

a. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$ b. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$

c. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 2$ d. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M(x; y) tels que $x^2 - 2x + y^2 + 6y + 12 = 0$ est :

a. Une parabole b. Un cercle

c. Une droite d. L'ensemble vide

3. Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan. Soit A et B deux points de coordonnées respectives (1 ; 2) et (5 ; -2).

Une équation cartésienne du cercle C de diamètre [AB] est :

a. $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$ b. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 32$

c. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$ d. $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$

Exercice 2

Soit (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) un repère orthonormé. On considère le cercle C de centre A(2 ; 5) et de rayon 5.

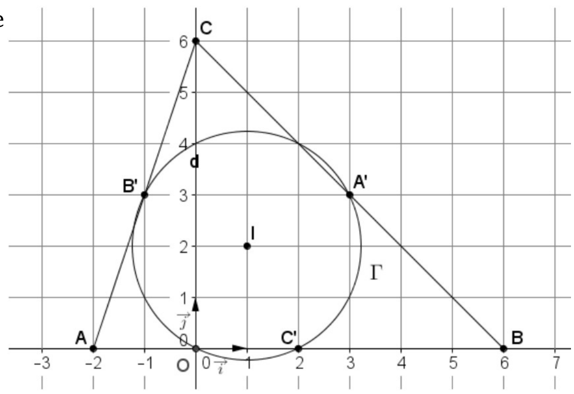
1. Montrer qu'une équation du cercle C est : $x^2 + y^2 - 4x - 10y = -4$.
2. Vérifier que le point B(5; 9) appartient à ce cercle.
3. Que peut-on dire de la tangente au cercle au point B et de la droite (AB) ?
4. Déterminer une équation de la tangente au cercle au point B.
5. Calculer les coordonnées des points d'intersection du cercle C avec l'axe des ordonnées.

Exercice 3

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points A(−2 ; 1), B(1 ; 2) et E(0 ; −5) et C le cercle de centre A passant par B.

1. Justifier qu'une équation du cercle C est $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$.
2. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$.
3. Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (AE) ?
4. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AE).
5. Calculer les coordonnées des points d'intersection de (AE) et du cercle C.

Exercice 4



(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) est un repère orthonormé du plan. On considère les points A, B et C de coordonnées respectives (−2 ; 0), (6 ; 0) et (0 ; 6).

Les points A′, B′ et C′ sont les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

Le cercle E passant par les points A′, B′ et C′ a pour centre le point I de coordonnées (1 ; 2).

1. a. Calculer le rayon du cercle E.

   b. En déduire qu'une équation du cercle E est $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

2. Propriété des hauteurs du triangle ABC.

   a. On admet que O est le pied de la hauteur issue de C. Montrer que le point O est sur le cercle E.

   b. Soit H_A le pied de la hauteur issue de A. Montrer que H_A a pour coordonnées (2 ; 4).

   c. Justifier que le point H_A est sur le cercle E.